高一数学知识点自主诊断

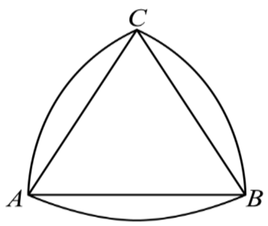
一、填空题

1．已知$m>0$，$n>0$且$m+n=3$，则$\frac{3}{m}+\frac{6}{n}$的最小值为__________．

2．若两个单位向量$\vec{a}$，$\vec{b}$的夹角为$80°$，则$\vec{a}$与$\vec{a}+\vec{b}$的夹角为__________．

3．已知集合$A=\{2，4，a^2-4a+6\}$，$B=\{2，a\}$，若$A\cup B=A$，则a的取值集合为__________．

4．以等边三角形每个顶点为圆心，以边长为半径，在另两个顶点间作一段弧，三段弧围成的曲边三角形就是勒洛三角形．如图，已知某勒洛三角形的一段弧$\overset{\frown}{AB}$的长度为$\frac{\pi}{3}$，则该勒洛三角形的面积是__________．



二、选择题

5．已知$U=\{x\in R|-1\le x\le 3\}$，$A=\{x\in U|-1<x<3\}$，$B=\{x\in R|x^2-2x-3=0\}$，$C=\{x|-1\le x<3\}$，则有（　　）

A．$\complement_U A=B$　　B．$\complement_U B=C$　　C．$\complement_U A\supseteq C$　　D．$A\supseteq C$

6．（2024高二下·雷州开学考）设全集$U=\{-2，-1，0，1，2\}$，$A=\{-2，-1，0\}$，$B=\{0，1，2\}$则$(\complement_U A)\cap B=$（　　）

A．$\{0\}$　　B．$\{-2，-1\}$

C．$\{1，2\}$　　D．$\{0，1，2\}$

7．已知函数$f(x)=\sqrt{x^2-2x-3}$，则该函数的单调递增区间为（　　）

A．$(-\infty，1]$　　B．$[3，+\infty)$　　C．$(-\infty，-1]$　　D．$[1，+\infty)$

8．若$f(x)=|\frac{2^{2x}-a}{2^{x+1}}|$为偶函数，则$a$的值为（　　）

A．-1　　B．±1　　C．1　　D．0或1

9．已知$2sin\theta-cos\theta=0$，则$\frac{cos\theta+sin\theta}{cos\theta-sin\theta}=$（　　）

A．1　　B．$\frac{3}{2}$　　C．2　　D．3

10．若$\sin18° = m$，则$\sin63° =$（　　）

A．$\frac{\sqrt{2}}{2}(\sqrt{1-m^2}-m)$　　B．$\frac{1}{2}m+\frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{1-m^2}$

C．$\frac{\sqrt{2}}{2}(m+\sqrt{1-m^2})$　　D．$\frac{\sqrt{3}}{2}m+\frac{1}{2}\sqrt{1-m^2}$

11．设z在复平面内对应的点为$(1,\ -2)$，则$\frac{\bar{z}}{z+i}$在复平面内对应的点为（　　）

A．$(-\frac{1}{4},\ \frac{3}{4})$　　B．$(\frac{1}{4},\ -\frac{3}{4})$

C．$(-\frac{1}{2},\ \frac{3}{2})$　　D．$(-\frac{1}{2},\ -\frac{3}{2})$

12．（2024·深圳模拟）已知i为虚数单位，若$z=\frac{2i}{1+i}$，则$z\cdot\bar{z}=$（　　）

A．$\sqrt{2}$　　B．2　　C．$-2i$　　D．$2i$

13．（2018·山东模拟）已知 p：$a>2$，q：$\forall x\in R$，$x^2+ax+1\geq 0$ *是假命题，则p是q的*（　　）

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

14．（2022 高一上·揭西期末）$a=\log_{1.1}0.9$ ， $b=1.1^{1.3}$ ， $c=\sin1$ ，则 a，b，c 的大小关系为（　　）

A．$a>b>c$　　B．$a>c>b$　　C．$a<b<c$　　D．$a<c<b$

15．若函数$f(x)=sin(x+\varphi)(-\pi<\varphi<2\pi)$的图象关于直线$x=\frac{\pi}{3}$对称，则$\varphi$的值的个数为（　　）

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

三、多项选择题

16．下列说法正确的是（　　）

A．若$a>b$，则$a^2>b^2$　　B．若$|a|>|b|$，则$a^2>b^2$

C．若$a>b$，则$ac^2>bc^2$　　D．若$a>b>0$，则$\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$

17．（2022 高一上·潮州期末）将函数$f(x)=\sqrt{3}\cos(2x+\frac{\pi}{3})$的图象向左平移$\frac{\pi}{3}$个单位长度，得到函数$g(x)$的图象，则函数$g(x)$具有以下哪些性质（　　）

A．最大值为$\sqrt{3}$，图象关于直线$x=-\frac{\pi}{3}$对称

B．图象关于 y 轴对称

C．最小正周期为π

D．图象关于点$(\frac{\pi}{4},\ 0)$成中心对称

四、解答题

18．已知集合$A=\{x|x^2+x-2<0\}$，$B=\{x|2m+1\leq x\leq m+3\}(\mathrm{m}\in R)$．

（1）当$m=-1$时，求$A\cap B$，$A\cup B$；

（2）若$x\in A$是$x\in B$的充分不必要条件，求实数m的取值范围．

19．（2024 高一上·崇左期末）已知函数$f(x)=x+\frac{1}{x}(x>0)$．

（1）求$f(x)$的最小值；

（2）判断$f(x)$在$(1，+\infty)$上的单调性，并根据定义证明．

20．已知函数$f(x)=2^x+a\cdot2^{-x}$是定义在 R 上的偶函数．

（1）求a的值，并证明函数$f(x)$在$[0，+\infty)$上单调递增；

（2）求函数$h(x)=f(x)+f(2x)$，$x\in[0，1]$的值域．

21．（2020 高一下·宜春期末）已知函数 $f(x)=2\cos x\sin(x+\frac{\pi}{3})-2\sqrt{3}\cos^2x+\frac{\sqrt{3}}{2}$，$x\in R$ ．

（1）当 $x\in[0，\pi]$ 时，求函数 $f(x)$ 的单调递增区间；

（2）将函数 $f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位后，所得图象对应的函数为 $h(x)$.若关于 x 的方程 $2[h(x)]^2+mh(x)+1=0$ 在区间 $[0，\frac{\pi}{2}]$ 上有两个不相等的实根，求实数 m 的取值范围.

22．（2023 高一下·上饶期末）筒车是我国古代发明的一种灌溉工具，因其经济又环保，至今还在农业生产中得到使用（图 1）.如图 2，现有一个半径为 4 米的筒车按逆时针方向每分钟匀速旋转 1 圈，筒车的轴心O距离水面的高度为 2 米，若以盛水筒P刚浮出水面在点A处时为初始时刻，设经过t秒后盛水筒P到水面的距离为$f(t)$（单位：米）（在水面下则$f(t)$为负数）.筒车上均匀分布着 12 个盛水筒，假设盛水筒在最高处时把水倾倒到水槽上.

图1

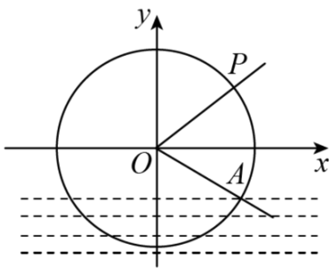


图2

（1）求函数$f(t)$的表达式；

（2）求第一筒水倾倒的时刻t和相邻两个盛水筒倾倒的时间差；

（3）若某一稻田灌溉需水量为 100 立方米，一个盛水筒倾倒到水槽的水约为 0.01 立方米，求需要多少小时才能完成该稻田的浇灌.（精确到 0.1 小时）

23．在锐角△ABC中，a，b，c分别为角A、B、C所对的边，且$\sqrt{3}a=2csinA$.

（1）求角C.

（2）$c=\sqrt{7}$，$a+b=5$，求△ABC的面积.

24．（2021·林芝模拟）在 ΔABC 中，内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c .已知 $\frac{\cos A-2\cos C}{\cos B}=\frac{2c-a}{b}$

（1）求 $\frac{\sin C}{\sin A}$ 的值

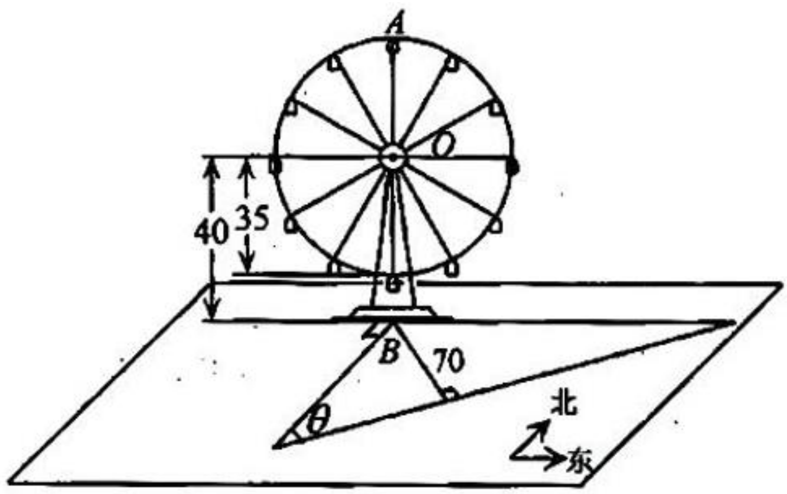
（2）若 $\cos B=\frac{1}{4}$，$b=2$ ，求 ΔABC 的面积.

25．在△ABC中，角A，B，C所对的边分别为a，b，c，向量$\vec{m}=(c+b，\sqrt{2}a-b)$，向量$\vec{n}=(c-b，\sqrt{2}a+b)$，且$\vec{m}\perp\vec{n}$.

（1）求证：$tanB=3tanA$；

（2）延长BC至点D，使得$|DA|=|DB|$.当$\angle DAC$最大时，求$tanD$的值.

26．某游乐园中有一座摩天轮.如图所示，摩天轮所在的平面与地面垂直，摩天轮为东西走向.地面上有一条北偏东为θ的笔直公路，其中$\cos\theta=\frac{2}{7}$.摩天轮近似为一个圆，其半径为35m，圆心O到地面的距离为40m，其最高点为A.A点正下方的地面B点与公路的距离为70m.甲在摩天轮上，乙在公路上.（为了计算方便，甲乙两人的身高、摩天轮的座舱高度和公路宽度忽略不计）



（1）如图所示，甲位于摩天轮的A点处时，从甲看乙的最大俯角的正切值等于多少？

（2）当甲随着摩天轮转动时，从乙看甲的最大仰角的正切值等于多少？

答案解析部分

1.【答案】$3+2\sqrt{2}$

【知识点】基本不等式

【解析】【解答】解：因为$m>0$，$n>0$且$m+n=3$，

所以$\frac{3}{m}+\frac{6}{n}=3(\frac{1}{m}+\frac{2}{n})=(\frac{1}{m}+\frac{2}{n})(m+n)=1+\frac{n}{m}+2+\frac{2m}{n}\geq 3+2\sqrt{\frac{n}{m}\times\frac{2m}{n}}=3+2\sqrt{2}$，

当且仅当$\begin{cases}\frac{n}{m}=\frac{2m}{n}\\ m+n=3\\ m>0，n>0\end{cases}$，即$m=3\sqrt{2}-3$，$n=6-3\sqrt{2}$时等号成立，所以$\frac{3}{m}+\frac{6}{n}$的最小值为$3+2\sqrt{2}$.

故答案为：$3+2\sqrt{2}$.

【分析】根据“1”的代换，化简整理可得$\frac{3}{m}+\frac{6}{n}=1+\frac{n}{m}+2+\frac{2m}{n}$，再根据基本不等式求解即可.

2.【答案】$40°$

【知识点】平面向量加法运算

3.【答案】$\{3，4\}$

【知识点】集合的确定性、互异性、无序性；并集及其运算

【解析】【解答】因为 $A\cup B=A$ ，则$B\subseteq A$，

若$a=4$，则 $A=\{2，4，6\}$，$B=\{2，4\}$，可得$B\subseteq A$，符合题意；

若$\begin{cases}a^2-4a+6=a\\ a^2-4a+6\neq 4\\ a\neq 2\end{cases}$，解得$a=3$，

此时 $A=\{2，4，3\}$，$B=\{2，3\}$，可得$B\subseteq A$，符合题意；

综上所述： a的取值集合为$\{3，4\}$.

故答案为：$\{3，4\}$.

【分析】根据题意可知$B\subseteq A$，根据包含关系结合集合的性质分析求解.

4.【答案】$\frac{\pi-\sqrt{3}}{2}$

【知识点】扇形的弧长与面积

【解析】【解答】解：由弧$\overset{\frown}{AB}$的长度为$\frac{\pi}{3}$，则$AB=1$，所以$S_{扇ABC}=\frac{1}{2}\times 1^2\times\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{6}$，

则勒洛三角形的面积是$3S_{扇ABC}-2S_{\triangle ABC}=3\times\frac{\pi}{6}-2\times\frac{1}{2}\times1\times\sqrt{1-(\frac{1}{2})^2}=\frac{\pi-\sqrt{3}}{2}$.

故答案为：$\frac{\pi-\sqrt{3}}{2}$.

【分析】由题意，根据弧长计算公式求出三角形边长，再根据扇形面积公式和三角形面积公式求解即可.

5.【答案】A

【知识点】集合的表示方法；集合间关系的判断；补集及其运算

6.【答案】C

【知识点】交集及其运算；补集及其运算

【解析】【解答】解：由题意可知：$\complement_U A=\{1，2\}$，故$(\complement_U A)\cap B=\{1，2\}\cap\{0，1，2\}=\{1，2\}$.

故答案为：C.

【分析】根据集合的补集、交集运算求解即可.

7.【答案】B

【知识点】函数的定义域及其求法；函数的单调性及单调区间；二次函数与一元二次不等式的对应关系

【解析】【解答】解：由$x^2-2x-3\geq0$得$x\geq3$或$x\leq-1$，

当$x\geq3$时，函数$\mathrm{t}=\mathrm{x}^2-2\mathrm{x}-3$为增函数，

所以$y=\sqrt{t}$为增函数，

所以此时函数$f(x)$为增函数.

即函数的单调递增区间为$[3，+\infty)$，

故选：B

【分析】本题主要考查函数单调递增区间的求解，根据一元二次函数的性质结合复合函数单调性的关系是解决本题的关键根据复合函数单调性之间的关系进行求解即可.

8.【答案】B

【知识点】函数的奇偶性

9.【答案】D

【知识点】同角三角函数间的基本关系

【解析】【解答】解：由$2sin\theta-cos\theta=0$，可得$\tan\theta=\frac{1}{2}$，$\frac{cos\theta+sin\theta}{cos\theta-sin\theta}=\frac{1+\tan\theta}{1-\tan\theta}=3$.

故答案为：D.

【分析】由题设可得$\tan\theta=\frac{1}{2}$，利用同角三角函数基本关系化弦为切代值求值即可.

10.【答案】C

【知识点】两角和与差的正弦公式；同角三角函数间的基本关系

11.【答案】C

【知识点】复数代数形式的乘除运算

12.【答案】B

【知识点】复数代数形式的乘除运算；共轭复数

【解析】【解答】解：由题意可得： $z=\frac{2i}{1+i}=\frac{2i(1-i)}{(1+i)(1-i)}=1+i$，

所以 $z\cdot\overline{z}=(1+i)(1-i)=2$.

故答案为：B

【分析】根据复数的除法运算求 z，再结合共轭复数的概念运算求解.

13.【答案】A

【知识点】命题的否定；命题的真假判断与应用

【解析】【解答】 q：$\forall x\in R$，$x^2+ax+1\geq 0$ 是假命题，则非 q：$\exists x\in R$， 使 $x^2+ax+1<0$

是真命题，

$\triangle=a^2-4>0\Leftrightarrow a<-2$ 或 $a>2$ ，则 p 是 q 的充分不必要条件，

故答案为：A.

【分析】原命题为假，则其否定为真。

14.【答案】D

【知识点】指数函数的单调性与特殊点；对数函数的单调性与特殊点

【解析】【解答】易知 $a=\log_{1.1}0.9<\log_{1.1}1=0$ ， $b=1.1^{1.3}>1.1^0=1$ ，

因为 $0<1<\frac{\pi}{2}$ ，函数 $y=\sin x$ 在区间 $(0,\frac{\pi}{2})$ 内单调递增，所以 $0<c=\sin 1<1$ ，

所以 $a<c<b$.

故答案为：D.

【分析】根据指数函数和对数函数的单调性进行比较，可得答案。

15.【答案】C

【知识点】正切函数的图象与性质

16.【答案】B,D

【知识点】不等关系与不等式；利用不等式的性质比较大小

【解析】【解答】解：A、取$a=-2>b=-3$，满足$a>b$，但$a^2<b^2$，故 A 错误；

B、$a>b\geq 0\Rightarrow a^2>b^2\geq 0$；设$c=|a|>0$，$d=|b|\geq 0\Rightarrow c>d\geq 0$

由不等式的性质可知：$c^2>d^2\geq 0$，即$|a|^2>|b|^2\geq 0\Rightarrow a^2>b^2$；故 B 正确；

C、当$c^2=0$时，$ac^2=bc^2$，故 C 错误；

D、因为$a>b>0$，所以$0<\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$，故 D 正确.

故答案为：BD.

【分析】利用不等式的性质与反例排除法逐项判断即可.

17.【答案】B,C,D

【知识点】余弦函数的性质；函数 y=Asin（ωx+ϕ）的图象变换

【解析】【解答】解：由题意，$g(x)=f(x+\frac{\pi}{3})=\sqrt{3}\cos[2(x+\frac{\pi}{3})+\frac{\pi}{3}]=\sqrt{3}\cos(2x+\pi)=$

$-\sqrt{3}\cos 2x$，

对 A：$g(x)$的最大值为$\sqrt{3}$，最小值为$-\sqrt{3}$，因为$g(-\frac{\pi}{3})=-\sqrt{3}\cos(-\frac{2\pi}{3})=\frac{\sqrt{3}}{2}$，所以函数$g(x)$的图象不关于直线$x=-\frac{\pi}{3}$对称，A 不符合题意；

对 B：因为$g(-x)=-\sqrt{3}\cos[2(-x)]=-\sqrt{3}\cos 2x=g(x)$，所以函数$g(x)$为偶函数，其图象关于 y 轴对称，B 符合题意；

对 C：由周期公式有$T=\frac{2\pi}{2}=\pi$，所以函数$g(x)$的最小正周期为π，C 符合题意；

对 D：因为$g(\frac{\pi}{4})=-\sqrt{3}\cos(2\times\frac{\pi}{4})=-\sqrt{3}\cos\frac{\pi}{2}=0$，所以函数$g(x)$的图象关于点$(\frac{\pi}{4}$，$0)$成中心对称，D 符合题意.

故答案为：BCD.

【分析】由三角函数的图象变换可求出函数$g(x)$的解析式，然后利用余弦型函数的图象与性质，对各选项逐一分析即可求解.

18.【答案】（1）解：$A=\{x|-2<x<1\}$．当$m=-1$时，$B=\{x|-1\leq x\leq 2\}$

所以$A\cap B=\{x|-1\leq x<1\}$，$A\cup B=\{x|-2<x\leq 2\}$；

（2）解：$\because x\in A$是$x\in B$的充分不必要条件

∴A 是 B 的真子集，故$\begin{cases}2m+1\leq -2\\ m+3\geq 1\end{cases}$即$-2\leq m\leq -\frac{3}{2}$所以实数 m 的取值范围是$[-2，-\frac{3}{2}]$.

【知识点】集合关系中的参数取值问题；并集及其运算；交集及其运算；充分条件；必要条件

19.【答案】（1）解：因为$x>0$，所以$f(x)=x+\frac{1}{x}\geq 2$，当且仅当$x=1$时等号成立，

所以$f(x)$的最小值为2.

（2）解：函数$f(x)$在$(1，+\infty)$上单调递增，证明如下：

令$x_1>x_2>1$，则$f(x_1)-f(x_2)=x_1+\frac{1}{x_1}-x_2-\frac{1}{x_2}=\frac{(x_1-x_2)(x_1x_2-1)}{x_1x_2}$.

因为$x_1>x_2>1$，所以$x_1-x_2>0$，$x_1x_2>1$，

所以$f(x_1)-f(x_2)=\frac{(x_1-x_2)(x_1x_2-1)}{x_1x_2}>0$，即$f(x_1)>f(x_2)$，

所以$f(x)$在$(1，+\infty)$上单调递增.

【知识点】函数单调性的判断与证明；基本不等式

【解析】【分析】（1）利用基本不等式求解即可；

（2）根据函数的单调性的定义判断并证明即可.

20.【答案】（1）解：因为函数$f(x)$在 R 上为偶函数，所以$f(x)=f(-x)$，

解得$2^x+a\cdot 2^{-x}=2^{-x}+a\cdot 2^x$，$(1-a)(2^x-2^{-x})=0$恒成立，即$a=1$.

所以$f(x)=2^x+2^{-x}$，

对任意的$0\leq x_1<x_2$，$f(x_1)-f(x_2)=(2^{x_1}+2^{-x_1})-(2^{x_2}+2^{-x_2})=(2^{x_1}-2^{x_2})(\frac{2^{x_1+x_2}-1}{2^{x_1+x_2}})$，

因为$0\leq x_1<x_2$，$2^{x_1}<2^{x_2}$，$2^{x_1+x_2}>0$，$2^{x_1+x_2}-1>0$，

所以$f(x_1)<f(x_2)$，$f(x)$在区间$[0，+\infty)$上是单调递增函数.

（2）解：函数$h(x)=f(x)+f(2x)=2^x+2^{-x}+2^{2x}+2^{-2x}=(2^x+2^{-x})^2+(2^x+2^{-x})-2$.

令$t(x)=2^x+2^{-x}$，$t\in[2，\frac{5}{2}]$，$\varphi(t)=t^2+t-2=(t+\frac{1}{2})^2-\frac{9}{4}$，

故函数$\varphi(t)$在$[2，\frac{5}{2}]$单调递增，

当$t=2$时，$f(x)_{min}=\varphi(2)=4$；

当$t=\frac{5}{2}$时，$f(x)_{max}=\varphi(\frac{5}{2})=\frac{27}{4}$.

则函数$h(x)$的值域为$[4，\frac{27}{4}]$.

【知识点】函数的值域；函数单调性的判断与证明；函数的奇偶性

21.【答案】（1）解：$\because f(x)=2cosx\cdot(\frac{1}{2}sinx+\frac{\sqrt{3}}{2}cosx)-2\sqrt{3}cos^2x+\frac{\sqrt{3}}{2}$

$$=sinxcosx-\sqrt{3}cos^2x+\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$=\frac{1}{2}sin2x-\frac{\sqrt{3}}{2}cos2x$$

$=sin(2x-\frac{\pi}{3})$ ，

令 $-\frac{\pi}{2}+2k\pi\leq 2x-\frac{\pi}{3}\leq\frac{\pi}{2}+2k\pi(k\in Z)$ ，

得 $-\frac{\pi}{12}+k\pi\leq x\leq\frac{5\pi}{12}+k\pi(k\in Z)$ ，

又因为 $x\in[0，\pi]$ ，

所以 $f(x)$ 的单调递增区间为 $[0，\frac{5\pi}{12}]$ 和 $[\frac{11\pi}{12}，\pi]$.

（2）解：将 $f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位后，得 $h(x)=sin2x$ ，

又因为 $x\in[0，\frac{\pi}{2}]$ ，则 $2x\in[0，\pi]$ ，

$h(x)=sin2x$ 的函数值从 0 递增到 1，又从 1 递减回 0.

令 $t=h(x)$ ，则 $t\in[0，1]$ ，

依题意得 $2t^2+mt+1=0$ 在 $t\in[0，1)$ 上仅有一个实根.

令 $H(t)=2t^2+mt+1$ ，因为 $H(0)=1>0$ ，

则需 $H(1)=2+m+1<0$ 或 $\begin{cases}\Delta=m^2-8=0\\0<-\frac{m}{4}<1\end{cases}$ ，

解得 $m<-3$ 或 $m=-2\sqrt{2}$.

【知识点】两角和与差的正弦公式；正弦函数的性质；函数 y=Asin（ωx+φ）的图象变换

【解析】【分析】(1)根据题意由两角和的正弦公式以及二倍角的余弦公式整理函数的解析式，再由正弦函数的单调性以及整体思想即可取出函数的单调区间。

(2)结合函数平移的性质即可得出函数的解析式，令$t=h(x)$整理得到$2t^2+mt+1=0$结合二次函数的性质即可得到关于 m 的不等式组，求解出 m 的取值范围即可。

22.【答案】（1）解：由已知可得$\angle AOx=\frac{\pi}{6}$,

∵盛水筒运动的角速度$\omega=\frac{2\pi}{60}=\frac{\pi}{30}$,

∴t秒后盛水筒转过的角度为$\frac{\pi}{30}t$,

此时可得以OP为终边的角$\frac{\pi}{30}t-\frac{\pi}{6}$

∴$f(t)=4sin(\frac{\pi}{30}t-\frac{\pi}{6})+2$，$(t\in[0，+\infty))$

（2）解：当第一筒水到达最高位置时，是第一次取得最大值，此时$\frac{\pi}{30}t-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}$，得$t=20$（秒），

相邻两个盛水筒倾倒的时间差为$\frac{2\pi}{12}\div\frac{\pi}{30}=5$（秒），

（3）解：完成该稻田的浇灌需倾倒$\frac{100}{0.01}=10000$筒水，

所需时间为$20+(10000-1)\times 5=50015$秒，约为 13.9 小时.

所以第一筒水倾倒的时刻t为 20 秒，相邻两个盛水筒倾倒的时间差为 5 秒，约 13.9 小时可完成该稻田的浇灌.

【知识点】三角函数模型的简单应用；任意角三角函数的定义；函数 y=Asin（ωx+φ）的图象与性质

【解析】【分析】(1)根据题意结合任意角三角函数的定义分析求解；

(2)结合三角函数的周期运算求解；

(3)根据题意运算求解即可.

23.【答案】（1）解：由$\sqrt{3}a=2csinA$得，$\sqrt{3}sinA=2sinCsinA$

因为$A\in(0，\pi)$，所以$sinA\neq 0$，则$sinC=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

因为$\triangle ABC$为锐角三角形，所以$C=\frac{\pi}{3}$.

（2）解：由余弦定理得$cosC=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=\frac{a^2+b^2-7}{2ab}=\frac{1}{2}$，整理得$(a+b)^2-7=3ab$，

又$a+b=5$，则，$ab=6$

所以$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}absinC=\frac{1}{2}\times 6\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

【知识点】正弦定理；余弦定理；三角形中的几何计算

【解析】【分析】（1）根据正弦定理将$\sqrt{3}a=2csinA$，转化为$\sqrt{3}sinA=2sinCsinA$，由角 A、C 的范围即可确定$C=\frac{\pi}{3}$.

（2）根据余弦定理结合已知条件，求出 ab=6，利用三角形面积公式计算即可.

24.【答案】（1）解：由正弦定理得 $a=2R\sin A，b=2R\sin b，c=2R\sin C$ ，

所以 $\frac{\cos A-\cos C}{\cos B}=\frac{2c-a}{b}=\frac{2\sin C-\sin A}{\sin B}$

即 $\sin B\cos A-2\sin B\cos C=2\sin C\cos B-\sin A\cos B$

即有 $\sin(A+B)=2\sin(B+C)$ ，即 $\sin C=2\sin A$

所以 $\frac{\sin C}{\sin A}=2$

（2）解：由（1）知 $\frac{c}{a}=\frac{\sin C}{\sin A}=2$ ，即 $c=2a$ ，

又因为 $b=2$ ，所以由余弦定理得：

$b^2=c^2+a^2-2ac\cos B$ ，即 $2^2=4a^2+a^2-2a\times 2a\times\frac{1}{4}$ ，解得 $a=1$ ，

所以 $c=2$ ，又因为 $\cos B=\frac{1}{4}$ ，所以 $\sin B=\frac{\sqrt{15}}{4}$ ，

故 ΔABC 的面积为 $\frac{1}{2}ac\sin B=\frac{1}{2}\times 1\times 2\times\frac{\sqrt{15}}{4}=\frac{\sqrt{15}}{4}$

【知识点】正弦定理；余弦定理

【解析】【分析】（1）正弦定理得边化角整理可得 $\sin(A+B)=2\sin(B+C)$ ，化简即得答案.（2）由（1）知 $\frac{c}{a}=\frac{\sin C}{\sin A}=2$ ，结合题意由余弦定理可解得 $a=1$ ， $\sin B=\frac{\sqrt{15}}{4}$ ，从而计算出面积.

25.【答案】（1）证明：$\because \vec{m}\perp\vec{n}$， $\therefore \vec{m}\cdot\vec{n}=0$.

$\therefore (c+b)(c-b)+(\sqrt{2}a-b)(\sqrt{2}a+b)=0$.即$c^2=2b^2-2a^2$.

$\because b^2=a^2+c^2-2ac\cos B$.

$\therefore c^2+2a^2=2b^2=2a^2+2c^2-4ac\cos B$.

即$c=4a\cos B$.

再由正弦定理得：$\sin C=4\sin A\cos B$（显然B为锐角），

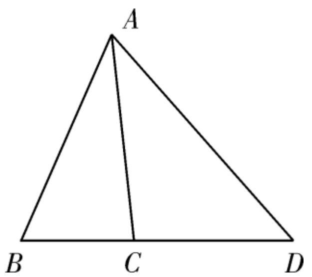
结合$\sin C=\sin(A+B)$，

得：$\sin A\cos B+\cos A\sin B=4\sin A\cos B$.

即$\cos A\sin B=3\sin A\cos B$（显然$A$为锐角）.

所以$\tan B=3\tan A$

（2）解：如图：设$\angle BAC=\alpha(0<\alpha<\frac{\pi}{2})$，则$\tan B=3\tan\alpha(\tan\alpha>0)$.



因为$AD=BD$，所以$B=\angle BAD=\alpha+\angle CAD$，

$\therefore \angle CAD=B-\alpha$.

故$\tan\angle CAD=\tan(B-\alpha)=\frac{\tan B-\tan\alpha}{1+\tan B\tan\alpha}$

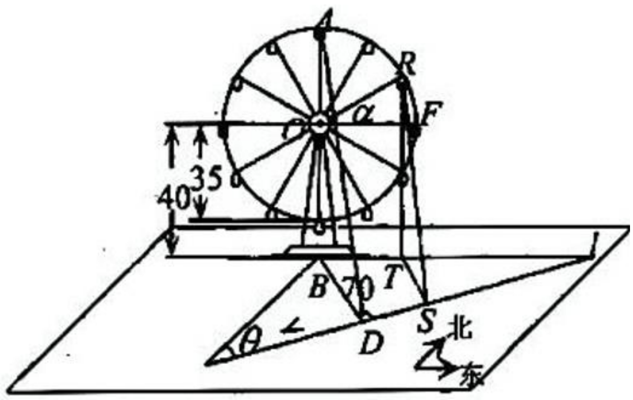
$$=\frac{2\tan\alpha}{1+3\tan^2\alpha}=\frac{2}{\frac{1}{\tan\alpha}+3\tan\alpha}\leqslant\frac{2}{2\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}.$$

当且仅当$\frac{1}{tan\alpha}=3tan\alpha$，即$tan\alpha=\frac{\sqrt{3}}{3}$，$\alpha=\frac{\pi}{6}$时取等号.

此时$tanB=\sqrt{3}$，$B=\frac{\pi}{3}$，故$\triangle ABD$为等边三角形，即$tanD=\sqrt{3}$

【知识点】基本不等式在最值问题中的应用；平面向量数量积的坐标表示；利用数量积判断平面向量的垂直关系；两角和与差的正切公式；同角三角函数基本关系的运用；正弦定理；余弦定理

26.【答案】（1）解：如图所示，设公路所在直线为l，过B点作l的垂线，垂直为D，$BD=70$m.



因为圆的半径为35m，圆心O到地面的距离为40m，所以$AB=75$m.从甲看乙的最大俯角与$\angle ADB$相等，由题意得。$AB\perp BD$，则$\tan\angle ADB=\frac{AB}{BD}=\frac{75}{70}=\frac{15}{14}$.

（2）解：如图所示，设甲位于圆O上的R点处，直线OF垂直于OA且交圆O于F点，射线OR可以看成是射线OF绕着O点按逆时针方向旋转α角度得到.过R点正下方的地面T点向l作垂线，垂足为S.当$\tan\angle RST$取得最大值时，$\angle RST$即为从乙看甲的最大仰角.山题意得：

$$\tan\angle RST=\frac{35\sin\alpha+40}{70-35\cos\alpha\cdot\frac{2}{7}}=\frac{7}{2}\cdot\frac{\sin\alpha+\frac{8}{7}}{7-\cos\alpha}=-\frac{7}{2}\cdot\frac{-\frac{8}{7}-\sin\alpha}{7-\cos\alpha}$$

其中，$\frac{-\frac{8}{7}-\sin\alpha}{7-\cos\alpha}$表示点$\left(\cos\alpha，\sin\alpha\right)$和点$\left(7，\frac{8}{7}\right)$构成的直线$a$的斜率，当直线$a$的斜率取得最小值时，$\tan\angle RST$取最大值.因为点$\left(\cos\alpha，\sin\alpha\right)$在单位圆$x^2+y^2=1$上，所以当直线$a$与单位圆相切时，斜率取得最大值或最小值，设过点$\left(7，\frac{8}{7}\right)$的直线方程为：$y+\frac{8}{7}=k(x-7)$，即$\frac{|49k+8|}{7\sqrt{1+k^2}}=1$，解得$k=\frac{-14\pm\sqrt{151}}{84}$，则直线$a$的斜率最小值为$\frac{-14-\sqrt{151}}{84}$，代入可得$\tan\angle RST$取最大值是$\frac{14+\sqrt{151}}{24}$.

【知识点】斜率的计算公式；平面内点到直线的距离公式；解三角形的实际应用

【解析】【分析】本题考查解三角形，点到直线的距离公式，斜率公式.

（1）设公路所在直线为l，过B点作l的垂线，垂直为D因为圆的半径为35m，圆心O到地面的距离为40m，所以$AB=75$m，由$\tan\angle ADB=\frac{AB}{AD}$，代入数据可求出答案；

（2）设甲位于圆O 上的R点处， 直线OF垂直于OA且交圆O于F点，射线OR可以看成是射线OF绕着O点按逆时针方向旋转α角度得到. 过R点正下方的地面T点向l作垂线，垂足为S.$\tan\angle RST$取得最大值时，$\angle RST$即为从乙看甲的最大仰角，$\tan\angle RST=-\frac{7}{2}\cdot\frac{-\frac{8}{7}-\sin\alpha}{7-\cos\alpha}$，其中，$\frac{-\frac{8}{7}-\sin\alpha}{7-\cos\alpha}$表示点$(\cos\alpha,\sin\alpha)$和点$(7,\frac{8}{7})$构成的直线$a$的斜率，根据直线与圆的位置关系可得：设过点$(7,-\frac{8}{7})$的直线方程为：$y+\frac{8}{7}=k(x-7)$，由相切可得$\frac{|49k+8|}{7\sqrt{1+k^2}}=1$，解方程可求出 k 进而求出答案.

试题分析部分

1、试卷总体分布分析

总分：129 分		
分值分布	客观题（占比）	26.0(20.2%)
	主观题（占比）	103.0(79.8%)
题量分布	客观题（占比）	13(50.0%)
	主观题（占比）	13(50.0%)

2、试卷题量分布分析

大题题型	题目量（占比）	分值（占比）
选择题	11(42.3%)	22.0(17.1%)
填空题	4(15.4%)	8.0(6.2%)
解答题	9(34.6%)	95.0(73.6%)
多项选择题	2(7.7%)	4.0(3.1%)

3、试卷难度结构分析

序号	难易度	占比
1	普通	(53.8%)
2	容易	(38.5%)
3	困难	(7.7%)

4、试卷知识点分析

序号	知识点（认知水平）	分值（占比）	对应题号

1	补集及其运算	4.0(3.1%)	5,6
2	集合关系中的参数取值问题	10.0(7.8%)	18
3	集合的确定性、互异性、无序性	2.0(1.6%)	3
4	必要条件	10.0(7.8%)	18
5	平面向量数量积的坐标表示	10.0(7.8%)	25
6	两角和与差的正弦公式	12.0(9.3%)	10,21
7	同角三角函数间的基本关系	4.0(3.1%)	9,10
8	不等关系与不等式	2.0(1.6%)	16
9	正弦定理	30.0(23.3%)	23,24,25
10	复数代数形式的乘除运算	4.0(3.1%)	11,12
11	正切函数的图象与性质	2.0(1.6%)	15
12	平面向量加法运算	2.0(1.6%)	2
13	集合间关系的判断	2.0(1.6%)	5
14	基本不等式	12.0(9.3%)	1,19
15	余弦定理	30.0(23.3%)	23,24,25
16	同角三角函数基本关系的运用	10.0(7.8%)	25
17	函数 y=Asin（ωx+φ）的图象与性质	15.0(11.6%)	22
18	函数的单调性及单调区间	2.0(1.6%)	7

19	命题的否定	2.0(1.6%)	13
20	集合的表示方法	2.0(1.6%)	5
21	充分条件	10.0(7.8%)	18
22	正弦函数的性质	10.0(7.8%)	21
23	二次函数与一元二次不等式的对应关系	2.0(1.6%)	7
24	函数 y=Asin（ωx+φ）的图象变换	12.0(9.3%)	17,21
25	命题的真假判断与应用	2.0(1.6%)	13
26	函数的奇偶性	12.0(9.3%)	8,20
27	任意角三角函数的定义	15.0(11.6%)	22
28	平面内点到直线的距离公式	10.0(7.8%)	26
29	三角函数模型的简单应用	15.0(11.6%)	22
30	基本不等式在最值问题中的应用	10.0(7.8%)	25
31	并集及其运算	12.0(9.3%)	3,18
32	对数函数的单调性与特殊点	2.0(1.6%)	14
33	三角形中的几何计算	10.0(7.8%)	23
34	解三角形的实际应用	10.0(7.8%)	26
35	交集及其运算	12.0(9.3%)	6,18
36	共轭复数	2.0(1.6%)	12

37	利用不等式的性质比较大小	2.0(1.6%)	16
38	余弦函数的性质	2.0(1.6%)	17
39	函数的值域	10.0(7.8%)	20
40	斜率的计算公式	10.0(7.8%)	26
41	指数函数的单调性与特殊点	2.0(1.6%)	14
42	两角和与差的正切公式	10.0(7.8%)	25
43	函数单调性的判断与证明	20.0(15.5%)	19,20
44	扇形的弧长与面积	2.0(1.6%)	4
45	函数的定义域及其求法	2.0(1.6%)	7
46	利用数量积判断平面向量的垂直关系	10.0(7.8%)	25